

Beste de savoir

La physique au temps de Newton

12 août 2019

Table des matières

I. Les lois du mouvement	4
1. Un homme de principe	6
1.1. Et pour quelques shillings de plus...	6
1.2. Partons sur de bonnes bases...	7
2. Vaincre l'inertie...	9
2.1. L'inertie selon Aristote	9
2.2. L'inertie selon Galilée	10
2.3. L'inertie selon Newton	12
3. La force est en toi...	14
3.1. Quand la vitesse varie...	14
3.2. Les forces de Newton	15
3.3. Le principe fondamental de la dynamique	15
4. Action... réaction...	17
4.1. Les corps réagissent	17
5. Les tables de la loi	19
5.1. L'apothéose	19
II. La chute des corps	21
6. Les expériences de Galilée	22
6.1. Tout ce qui monte....	22
6.2. ... doit redescendre	23
7. De la pomme à la Lune	26
7.1. De la pomme...	26
7.2. ... au pendule...	26
7.3. ... à la Lune	28
III. Au delà des lois	30
8. Une histoire de référentiel	31
8.1. Ne bougez plus!	31
8.2. Galiléen or not galiléen?	32
8.3. Force centrifuges et autres inventions	33

9. Une histoire de résistance	35
9.1. L'art de la guerre	35
9.2. L'air fait de la résistance	36
10. Une histoire d'énergie	37
10.1. Au travail!	37
10.2. Quelle énergie!	38
10.3. Rien ne se perd	40
10.4. Descartes avait-il tort?	42
11. Conclusion	43
11.1. Conclusion	43
IV. Annexes	45
12. Annexe A : Les démonstrations de Galilée	46
12.1. Théorème I - Proposition I	46
12.2. Théorème II - Proposition II	47
13. Annexe B : L'énergie	50
13.1. L'énergie potentielle	50
13.2. L'énergie cinétique	51
14. Annexe C : Pour aller plus loin...	53
14.1. Bibliographie	53
14.2. Webographie	54

*"Nature and Nature's laws lay hidden in night
God said, let Newton be, and all was light"
(La Nature et ses Lois se cachaient dans la nuit.
Dieu dit : que Newton soit ! Et tout fut Lumière)
Alexander Pope, poète anglais (1688-1744)*

En histoire des sciences, on cite souvent l'année **1905**, "*Annus mirabilis*", année merveilleuse durant laquelle Einstein publie cinq articles qui vont révolutionner la science (deux sur le mouvement brownien, un sur l'effet photoélectrique et deux sur la relativité).

i

Il faut pourtant également rendre hommage à une autre année, moins connue et pourtant tout aussi révolutionnaire : **l'année 1665**.

Année qui commence pourtant bien mal : la **peste** se déclare à Cambridge, obligeant le jeune professeur **Isaac Newton** à quitter l'Université où il enseigne pour se réfugier dans sa campagne natale, à Woolsthorpe.

Au lieu de profiter de ses vacances, comme l'aurait fait tout bon étudiant, Newton se met alors à travailler comme jamais auparavant. C'est lors de cette retraite forcée qu'il fait ses plus grandes découvertes, en **mathématiques**, **optique** et **mécanique**, comme il le raconte lui-même à son ami et biographe, William Stukeley :

"Au début de l'année 1665, j'ai trouvé la **méthode des séries approximantes** et la règle pour réduire tout ordre de tout **binôme** en une telle série. La même année au mois de mai, j'ai trouvé la **méthode des tangentes** de Grégoire et Slusius, et en novembre j'avais la **méthode directe des fluxions**, et l'année suivante en janvier j'avais la **théorie des couleurs**, et en mai j'accédais à la **méthode inverse des fluxions**. La même année, j'ai commencé à penser à l'extension de la **gravité à l'orbite de la lune** et à partir des règles de Kepler [...], je déduisis que les forces qui maintiennent les planètes dans leurs orbites doivent être comme **l'inverse des carrés de leurs distances** aux centres autour desquels elles effectuent leur révolution [...] Car à cette époque, j'étais à la fleur de l'âge de l'invention et pensais aux mathématiques et à la philosophie plus qu'il ne m'est jamais arrivé depuis."

William Stukeley, *Memoirs of sir Isaac Newton's Life*, 1752

Le résultat de ces deux ans de réflexion : **une révolution scientifique** ! Lois du mouvement, mécanique céleste, calcul intégral,... tout vient de là. Voyons comment tout cela a commencé...

i

Ce tuto s'adresse principalement à des personnes qui connaissent déjà les lois de Newton. Cependant, même si ce n'est pas votre cas, n'hésitez pas à y jeter un coup d'œil quand même, la curiosité est un très bon défaut. J'ai essayé d'aborder ces notions de manière pas trop abrupte, mais si un point vous paraît obscur, n'hésitez pas à venir poser des questions, dans les commentaires ou dans le forum.

Première partie
Les lois du mouvement

I. Les lois du mouvement

Tout commence par trois lois, qui vont devenir la base de la mécanique classique. Ce sont les lois du mouvement. Que disent-elles? Pour le savoir, voyons comment elles sont enseignées aujourd'hui, en citant ce qui est pour beaucoup une référence, j'ai nommé Wikipédia.

Dans un référentiel galiléen, le vecteur vitesse du centre d'inertie d'un système est constant si et seulement si la somme des vecteurs forces qui s'exercent sur le système est un vecteur nul.

Cette loi est connue sous le nom de **principe d'inertie**. Elle stipule qu'en l'absence de forces, la vitesse d'un objet est constante.

L'accélération subie par un corps dans un référentiel galiléen est proportionnelle à la résultante des forces qu'il subit, et inversement proportionnelle à sa masse m .

Ceci est souvent récapitulé dans l'équation :

$$F = ma$$

où F désigne les forces extérieures exercées sur l'objet, m est sa masse, et a correspond à l'accélération de l'objet.

C'est ce qu'on appelle le **principe fondamental de la dynamique**.

Tout corps A exerçant une force sur un corps B subit une force d'intensité égale, de même direction mais de sens opposé, exercée par le corps B.

La force $F_{A/B}$ (exercée par A sur B) et la force $F_{B/A}$ (exercée par B sur A) sont donc égales et opposées :

$$F_{A/B} = -F_{B/A}$$

C'est le **principe de l'action et de la réaction**.

Si vous n'avez pas encore étudié ces lois dans votre parcours scolaire, elles doivent vous paraître étranges. Si vous les avez étudiées, elles doivent vous paraître familières, au point que vous n'arrivez pas à imaginer à quel point elles ont pu révolutionner la vision du monde à l'époque. Pour le comprendre, je vous emmène loin dans le passé, à une époque où **Galilée** venait à peine de mettre la Terre en mouvement...

1. Un homme de principe

1.1. Et pour quelques shillings de plus...



En 1687, Newton reçoit la visite d'un astronome, **Edmond Halley** (l'homme de la comète). Celui-ci vient lui demander son aide pour résoudre un problème qui lui a été soumis lors d'une conversation avec **Robert Hooke**, astronome royal et **Christophe Wren**, mathématicien et architecte. Ce dernier, persuadé qu'une **force centrale inversement proportionnelle au carré de la distance au Soleil** suffirait à expliquer le mouvement elliptique des planètes, met ses deux compagnons au défi de le démontrer. À la clé : une récompense de 40 shillings, la moitié de ce que gagne en un mois un riche marchand de l'époque.

C'est donc ce problème que Halley vient soumettre à Newton, qui lui annonce alors qu'il l'a déjà démontré mais... **qu'il ne retrouve pas le papier sur lequel il l'avait noté!** Mais il promet de les lui envoyer dès que possible. C'est chose faite au bout de quelques mois. Halley est subjugué par la démonstration de Newton et lui demande l'autorisation de la publier. Newton lui demande un peu de temps, afin de peaufiner son manuscrit. S'ensuit alors une période de **deux ans** pendant laquelle Newton travaille d'arrache-pied, oubliant parfois de manger, au point qu'on craint pour sa santé.

i

La logique des Daltons

On raconte que pour ne pas être dérangé par son chat pendant son travail, Newton aurait inventé le principe de la chatière. Lorsqu'il a eu un deuxième petit chat, il aurait percé un deuxième trou dans la porte.

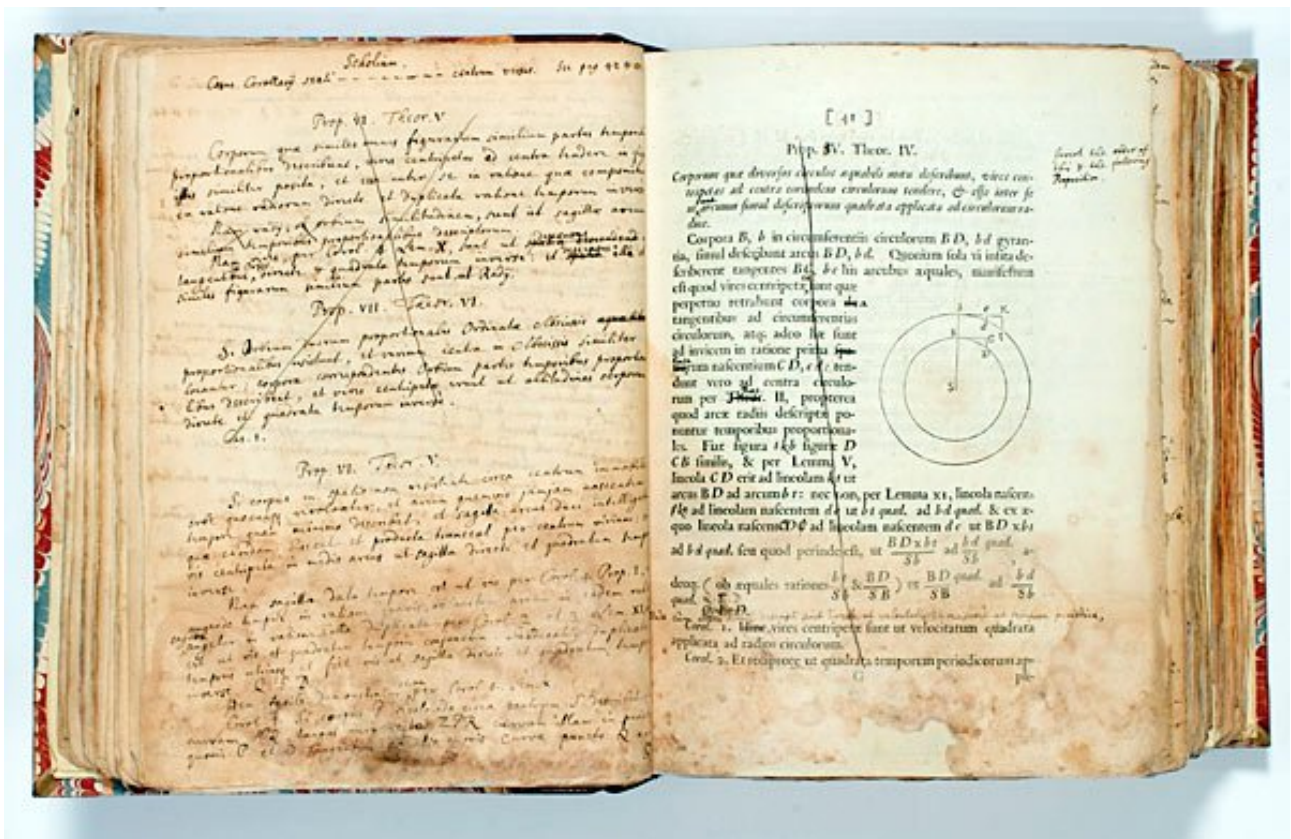
Mais le résultat est à la hauteur de l'effort. Halley reçoit enfin quelques **460 pages** qui ne font pas que répondre à la question initiale, mais remettent à plat toute la physique de l'époque.

I. Les lois du mouvement

Ce sont les *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, ou *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*, plus connues sous le nom de *Principia de Newton*. L'œuvre de sa vie...

Que contiennent-ils ? On y trouve condensée toute la physique de Newton : les lois du mouvement, la loi de la chute des corps, la loi de la gravitation universelle, la mécanique céleste, la forme de la Terre, les mouvements de la Lune, ...

Nous allons ici analyser les lois du mouvement, et suivre le cheminement de pensée de Newton, tel qu'il transparaît dans les *Principia*.



1.2. Partons sur de bonnes bases...

Newton commence par donner quelques définitions. Tout d'abord, la masse :

Définition première

La quantité de matière e meure par la denité et le volume pris ensemble.

Cette quantité e connoît par le poids des corps ; car j'ai trouvé par des expériences très exactes ur les pendules, que les poids des corps ont proportionnels à leur mae ; je rapporterai ces expériences dans la uite.

I. Les lois du mouvement

Heu, ah oui, pardon, ce texte doit vous paraître très étrange... C'est parce qu'il est écrit en ancien français. Il est issu, comme tous les extraits que je présenterais ici, de la traduction des Principia par la marquise du Châtelet, compagne de Voltaire.

Par commodité, je les retranscrirai avec la syntaxe moderne. Sachez cependant que si vous lisez un jour les Principia, vous y trouverez ce style.

Nous disions donc :

Définition première

La quantité de matière se mesure par la densité et le volume pris ensemble.

*Cette quantité se connaît par le poids des corps ; car j'ai trouvé par des expériences très exactes sur les pendules, que **les poids des corps sont proportionnels à leur masse** ; je rapporterais ces expériences dans la suite.*

Il cherche ensuite à définir le mouvement (ce que nous appelons aujourd'hui la **quantité de mouvement**). Comment caractériser un mouvement ? Celui-ci est tout d'abord défini par la **vitesse** de l'objet. Un objet allant deux fois plus vite a une quantité de mouvement double. On dit donc que le mouvement est **proportionnel à la vitesse**.

Maintenant prenons deux objets identiques, allant à la même vitesse : chacun possède une quantité de mouvement. Collons ces deux objets ensemble, et faisons les aller toujours à la même vitesse. Quelle est la quantité de mouvement de l'objet obtenu ? Elle est égale à **la somme des quantités de mouvement** de chacun des objets. Un objet de masse double allant à la même vitesse voit donc sa quantité de mouvement doublée : cette quantité est donc aussi **proportionnelle à la masse**.

C'est ce que l'on note aujourd'hui par la formule $p = mv$, où p est la quantité de mouvement, que Newton définit ainsi :

Définition II

La quantité de mouvement est le produit de la masse par la vitesse.

Le mouvement total est la somme du mouvement de chacune des parties ; ainsi la quantité de mouvement est double dans un corps dont la masse est double, si la vitesse reste la même ; mais si on double la vitesse, la quantité de mouvement sera quadruple.

Armé de ces définitions, Newton va pouvoir s'attaquer à son œuvre : **poser les fondements de la physique**, en commençant par le **principe d'inertie**.

2. Vaincre l'inertie...

2.1. L'inertie selon Aristote

Prenez un objet et faites-le glisser sur la table devant vous. Qu'observez-vous ? L'objet continue son mouvement, puis finit par s'arrêter. Pourquoi ? Facile, me direz-vous, c'est à cause des forces de frottement. Imaginons d'ailleurs une table beaucoup plus lisse, l'objet ira beaucoup plus loin.

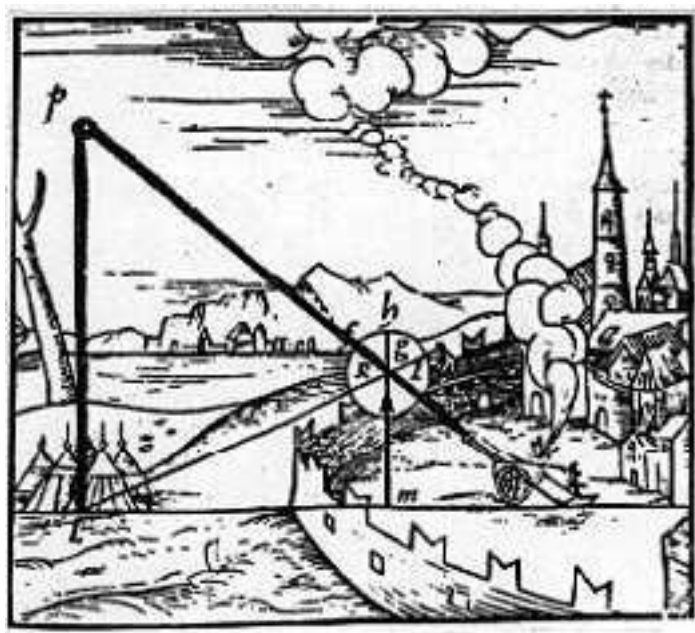
?

Mais si nous supprimions totalement les frottements, que se passerait-il ? L'objet continuerait-il son mouvement indéfiniment ? (en supposant une table de dimension infinie)

Je sens une pointe d'hésitation en vous. Imaginer un mouvement infini ne va pas de soi. Il faudra d'ailleurs attendre **Galilée** pour exprimer une telle loi.

Quelle était la situation avant lui ? La physique au Moyen-âge est dominée par les écrits d'un homme : **Aristote** (384-322 av. JC). Dans sa *Physique*, il décrit son système du monde, basé sur les **quatre éléments** et la notion de lieu naturel. Chaque élément a son lieu naturel, vers lequel il tend toujours : l'eau et la terre (et donc tout objet solide) tendent vers le bas, le feu et l'air tendent vers le haut. Tout autre mouvement est un mouvement contraint, nécessitant l'action d'une **force**.

Quelle est précisément l'action d'une telle force ? Si on lance un objet, on lui fournit un *impetus*, qui lui fournit une certaine vitesse. L'objet va conserver cette vitesse jusqu'à ce qu'il ait consommé tout son impetus.



À ce moment-là, son impetus étant épuisé, l'objet retourne vers son lieu naturel, donc vers le bas. Ainsi pour Aristote, la trajectoire d'un boulet de canon est celle décrite par le schéma ci-dessus : une partie en ligne droite, à vitesse constante, puis une partie verticale, qui ramène l'objet vers le bas.



L'inertie selon Garfield : tout corps tend vers son lieu naturel

2.2. L'inertie selon Galilée

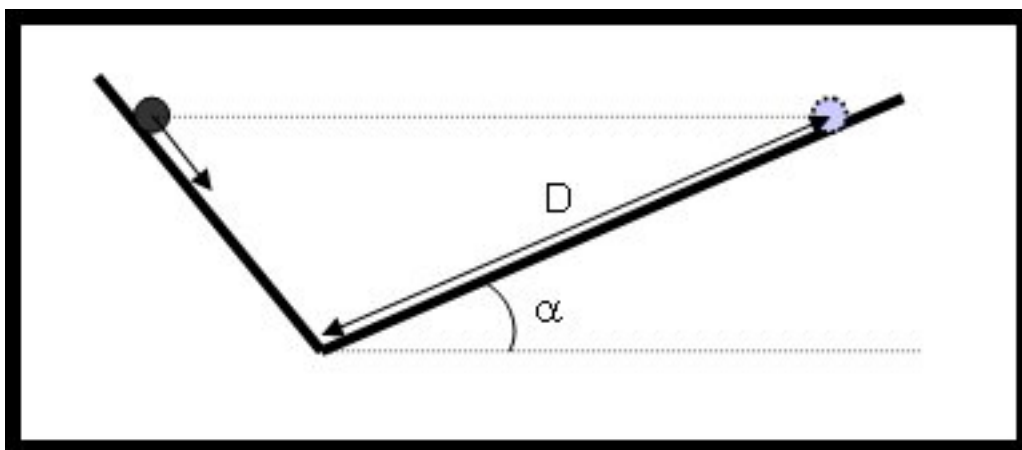
Puis vint **Galilée** (1564-1642). Dans son livre *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde*, il oppose deux systèmes : le système aristotélicien, géocentrique, et le système copernicien, dans lequel la Terre se meut autour du Soleil.

Or, quel est le principal argument contre le mouvement de la Terre ? Il réside justement dans la conservation du mouvement : dans le cadre aristotélicien, comment expliquer que les oiseaux puissent voler dans le ciel pendant que la terre se déplace, ou qu'un homme qui saute en l'air puisse retomber à l'endroit exact d'où il a sauté ?

I. Les lois du mouvement

Galilée apporte une réponse, grâce à ses expériences sur les plans inclinés, qui l'amèneront au **principe d'inertie** : soit une bille roulant sur deux planches, comme sur le schéma ci-dessous. Galilée remarque que, quel que soit l'angle α , la bille revient à la hauteur à laquelle elle a été lâchée. Plus l'angle est petit, plus la bille parcourt donc une distance élevée.

Et si la deuxième planche était horizontale, se demande Galilée. Comme la bille décélère sur une pente montante, et accélère sur une pente descendante, sur une surface horizontale, elle continuerait son mouvement à **vitesse constante**.



” Une vitesse quelconque imprimée à un corps **se conserve rigoureusement** aussi longtemps que les causes extérieures d'accélération ou de ralentissement sont écartées, condition qui se réalise seulement dans le **plan horizontal**; car dans les plans déclives il existe déjà une cause d'accélération, tandis que dans les plans qui montent il existe une cause de ralentissement. D'où il suit que **le mouvement sur le plan horizontal est perpétuel**. ”

Galileo Galilei, *Discours et démonstrations concernant deux sciences nouvelles* (1636)



Mais c'est à ce moment qu'il commet une erreur d'appréciation. Une surface qui ne monte ni ne descend est pour lui une surface qui reste à la même altitude et qui donc...*suit la surface de la Terre*. Voilà l'erreur qui empêchera Galilée d'être considéré comme le père du principe d'inertie : un mouvement inertiel est pour lui un mouvement **circulaire**, qui suit la courbure de la Terre.

Le vrai principe d'inertie apparaîtra sous la plume de **Descartes**, puis de **Newton**. La formulation qu'en fait Descartes mérite d'être mentionnée ici. Elle lui vient, non pas de uniquement de considérations physiques, mais aussi d'arguments métaphysiques sur l'immuabilité de Dieu :

”D'où il suit que, puisqu'il a mû en plusieurs façons différentes les parties de la matière lorsqu'il les a créées, et qu'il les maintient toutes en la même façon et avec les mêmes lois qu'il leur a fait observer en leur création, il conserve incessamment en cette matière une égale quantité de mouvement.”

René Descartes, *Principes de philosophie* (1633)

I. Les lois du mouvement

”Que Dieu est la première cause du mouvement, et qu’il en conserve toujours une égale quantité dans l’univers [...] Que chaque partie de la matière, en particulier, **continue toujours d’être en même état**, pendant que la rencontre des autres ne la contraint point de changer. C’est-à-dire : si elle a quelque grosseur, elle ne deviendra jamais plus petite, sinon que les autres la divisent ; si elle est ronde ou carrée, elle ne changera jamais cette figure sans que les autres ne l’y contraignent ; **si elle est arrêtée en quelque lieu, elle n’en partira jamais que les autres ne l’en chassent ; et si elle a commencé une fois à se mouvoir, elle continuera toujours avec une égale force jusques à ce que les autres l’arrêtent ou la retardent.** ”

René Descartes, *Monde ou Traité de la lumière* (1633)

Il est à noter que cette loi, aussi ”innocente” qu’elle puisse paraître, suscita à l’époque bien des débats, d’ordre théologique.

Ainsi, **Pascal** note-t-il dans ses *Pensées* : ”Je ne puis pardonner à Descartes ; il aurait bien voulu, dans toute sa philosophie, se pouvoir passer de Dieu ; mais il n’a pas pu s’empêcher de lui faire donner une chiquenaude, pour mettre le monde en mouvement ; après cela, il n’a plus que faire de Dieu.”

2.3. L’inertie selon Newton

Pour Newton l’inertie est une force, non pas au sens moderne du terme, mais comme une force interne à l’objet, qui lui permet de résister aux changements de mouvement.

Définition III

La force qui réside dans la matière (*vis infita*) est le pouvoir qu’elle a de résister. **C’est par cette force que tout corps persévère de lui-même dans son état actuel de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite.**

Cette force est toujours proportionnelle à la quantité de matière des corps [...]

On peut donner à la force qui réside dans les corps le nom très expressif de **force d’inertie**. Le corps exerce cette force toutes les fois qu’il s’agit de changer son état actuel, et on peut alors la considérer sous deux différents aspects, ou comme résistante, ou comme impulsive ; comme résistante, en tant que le corps s’oppose à la force qui tend à lui faire changer d’état ; comme impulsive, en tant que le même corps fait effort pour changer l’état de l’obstacle qui lui résiste.

On attribue communément la résistance aux corps en repos, et la force impulsive à ceux qui se meuvent ; mais le mouvement et le repos, tels qu’on les conçoit communément, ne sont que respectifs ; **car les corps qu’on croit en repos ne sont pas toujours dans un repos absolu.**



Note : ce n’est plus ainsi qu’on définit l’inertie de nos jours, ce n’est pas une force. La notion de force d’inertie existe toujours, mais n’a plus le même sens (voir chapitre sur les référentiels)

I. Les lois du mouvement

”*Cette force est toujours proportionnelle à la quantité de matière des corps*”, dit Newton. En effet, l’inertie caractérise la tendance de l’objet à conserver sa quantité de mouvement, **qui est proportionnelle à la masse**. Vous pouvez d’ailleurs le remarquer très facilement : à vitesse égale, vous aurez plus de mal à arrêter une boule de bowling qu’une balle de tennis.

Exit donc la notion d’impetus d’Aristote. Le mouvement uniforme et le repos ne sont plus deux états séparés de la matière, l’un n’est pas plus naturel que l’autre, un corps en mouvement ne cherche pas spontanément à revenir à son ”état naturel” de repos.

Ainsi, dit Newton, ”*les projectiles par eux-mêmes persévèrent dans leur mouvement, mais la résistance de l’air les retarde, et la force de gravité les porte vers la terre.*”

De plus, il rajoute : ”*Une toupie, dont les parties se détournent continuellement de la ligne droite par leur cohérence réciproque, ne cesse de tourner, que parce que la résistance de l’air la retarde peu à peu.*”. Un lecteur moderne verra dans cet exemple la notion de **conservation du moment cinétique** de la toupie, mais Newton ne différencie pas ces deux lois de conservation.

Pour clore ce chapitre, analysons deux exemples :

- Imaginez une voiture au repos : elle démarre. Que ressentez-vous ? Vous vous sentez ”tiré vers l’arrière” et vous vous enfoncez dans votre siège. En réalité, que s’est-il passé ? **Votre corps, qui était au repos, tend à rester au repos**, et oppose donc une résistance à l’accélération de la voiture. En réalité, vous n’êtes pas tiré vers l’arrière mais plutôt poussé vers l’avant par le siège de la voiture. Il se passe exactement la même chose lorsque la voiture accélère (**votre corps tend à rester à vitesse constante**, et la voiture vous pousse à accélérer)
- Maintenant, prenons l’exemple inverse, la voiture ralentit : vous vous sentez propulsé vers l’avant, et sans la ceinture, vous risquez de vous encastrer dans le pare-brise... En réalité c’est votre inertie qui tend à **vous faire conserver la vitesse que vous aviez**, alors que la voiture ralentit.

3. La force est en toi...

3.1. Quand la vitesse varie...

?

Maintenant que nous connaissons le principe d'inertie, qui explique qu'un objet isolé conserve sa vitesse, comment expliquer les changements de mouvement ?

L'inertie étant pour Newton une "force interne" à l'objet, il faut trouver une **cause externe** capable de modifier son mouvement. C'est alors que Newton définit le concept qui constituera la notion centrale de la mécanique classique : **la force**.



Hummm... non, pas cette force-là

Définition IV

La force imprimée (vis impressa) est l'action par laquelle l'état du corps est changé, soit que cet état soit le repos, ou le mouvement uniforme en ligne droite. Cette force consiste uniquement dans l'action, et elle ne subsiste plus dans le corps, dès que l'action vient à cesser. Mais le corps persévère par la seule force d'inertie dans le nouvel état dans lequel il se trouve. La force imprimée peut avoir diverses origines, elle peut être produite par le choc, par la pression, et par la force centripète.

La force est donc l'action qui modifie la quantité de mouvement d'un objet. Mais cette notion reste assez obscure. **D'Alembert** dira d'ailleurs que " la force est le concept le plus présent, mais aussi le moins bien défini, dans les Principia ". En effet, assimiler la force et le changement de mouvement, c'est finalement donner deux noms différents à la même chose...

3.2. Les forces de Newton

Newton évite d'ailleurs de donner une interprétation physique à la notion de force. Il en définit trois qualités : "La quantité de la force peut être considérée comme **absolue, accélératrice et motrice**". Qu'entend-il par là ?

- **La quantité absolue** est la force en elle-même, indépendamment de l'objet qui la subit. Ainsi, un aimant plus gros produit une force absolue plus grande.
- **La quantité motrice**, quant à elle, est la force subie par le corps, elle peut être différente par exemple en fonction de l'éloignement de l'aimant (même si la force absolue de l'aimant est la même).
- **La quantité accélératrice** mesure le changement de vitesse subi par le corps. Ainsi, deux corps de masse différente ressentent la même force motrice, mais leur changement de vitesse (leur **accélération**) dépendra de leur masse.

La force motrice se rapporte donc au corps qui la subit, elle se mesure par la **modification de la quantité de mouvement** de celui-ci. La force absolue par contre se rapporte au corps qui est la cause de la force. Cette séparation permet à Newton d'étudier les mouvements sans avoir à s'intéresser à l'interprétation physique de la force, notamment pour la force de gravitation ("Cette façon de considérer la force centripète [absolue] est purement mathématique ; et je ne prétends point en donner la cause physique."). Quant à la force accélératrice, on pourrait l'assimiler à l'accélération elle-même.

3.3. Le principe fondamental de la dynamique

Ces définitions sont déroutantes pour un lecteur moderne. En effet, elles ne sont plus enseignées ainsi de nos jours. La notion moderne de force est en fait la force motrice de Newton. C'est d'ailleurs cette force motrice que Newton utilise dans sa désormais célèbre deuxième loi du mouvement :

"Les changements qui arrivent dans le mouvement sont proportionnels à la force motrice".

Tentons une interprétation moderne de cette phrase. La loi de Newton dit donc :

i

Force = changement de la quantité de mouvement

Or nous savons que la quantité de mouvement p est le produit de la masse par la vitesse. Cela nous donne :

i

Force = changement de la (masse x vitesse)

Si on considère la masse constante, on obtient :

i

Force = masse x (changement de vitesse)

Ce qui finalement donne :

i

Force = masse x accélération

Ce qui est bien la formulation moderne du **principe fondamental de la dynamique**.

!

Attention, le principe fondamental de la dynamique est

$$F = \frac{dp}{dt}$$

La formule $F = ma$ ne lui est équivalente que si la masse est constante, ce qui n'est pas le cas par exemple pour une fusée au décollage, qui perd environ 70 tonnes de carburant durant son ascension.

Rappelons que cette formule n'apparaît jamais explicitement dans les Principia. C'est **Euler** (1707-1783) qui l'exprimera pour la première fois sous sa forme moderne. Newton en donne toutefois un peu plus loin un énoncé un peu plus explicite :

Principia, Proposition 24 du livre II

*La vitesse qu'une force donnée peut produire en un temps donné est
comme le temps et la force directement,
et comme la quantité de matière inversement.*

Tentons de nouveau une interprétation moderne de cette proposition : Si F est la force, dv est la vitesse qu'une force donnée peut produire, m la quantité de matière et dt le temps donné, on obtiendrait $dv = \frac{F}{m} \times dt$, ce qui donnerait au final :

i

$$F = m \times \frac{dv}{dt}$$

On retombe bien sur le principe fondamental de la dynamique ($\frac{dv}{dt}$ est ce qu'on appelle mathématiquement la **dérivée** de la vitesse, et représente la variation de ladite vitesse, c'est-à-dire l'accélération)

Ce principe fondamental mérite bien son nom. Cette formule est utilisée pour prédire le mouvement d'un objet lorsqu'on connaît la force qui lui est appliquée.

Vous rencontrerez souvent en physique, dans différents domaines, une équation fondamentale propre à ce domaine, comme **les équations de Navier-Stokes** en mécanique des fluides ou **l'équation de Schrödinger** en mécanique quantique. Sachez que ces équations ne sont finalement que l'adaptation de ce principe fondamental au domaine considéré.

4. Action... réaction...

4.1. Les corps réagissent

La troisième loi de Newton concerne les interactions entre deux corps. Ainsi, il remarque que :

”Tout corps qui presse ou tire un autre corps est en même temps tiré ou pressé lui-même par cet autre corps. Si on presse une pierre avec le doigt, le doigt est pressé en même temps par la pierre.”

Et Newton pose comme postulat que **ces deux forces sont égales et opposées**. Cette loi s’applique aussi bien aux chocs qu’aux actions à distance. Elle sera d’ailleurs d’une grande utilité lors de l’étude de la **gravitation**, et contribuera à confirmer son universalité : en effet, si la Terre attire la pomme, la pomme attire également la Terre, avec la même force...

Dans ce cas, pourquoi est-ce la pomme qui tombe et non la Terre ? À cause de la deuxième loi, dit Newton. Dans une telle interaction, c’est la même **force motrice** qui s’exerce sur les deux corps, donc **l’accélération des corps est inversement proportionnelle à leur masse**. Le changement de vitesse subi par la Terre est donc complètement négligeable.

*Par ces actions mutuelles, il se fait **des changements égaux, non pas de vitesse mais de mouvement** [...] car les changements de vitesse qui se font de la même manière dans des directions contraires doivent être **réciproquement proportionnels aux masses**, à cause que **les changements de mouvement sont égaux**. Cette loi a lieu aussi dans les attractions, comme je le prouverai dans le scholie suivant.*

De même, Newton en déduit une loi très importante : **la conservation de la quantité de mouvement**. En effet, les forces s’exerçant sur les deux objets étant égales et opposées, par la deuxième loi, les quantités de mouvement ajoutées à chaque objet sont donc aussi égales et opposées. Voyez comment cette loi apparaît dans les *Principia* (je vous le laisse en ancien français cette fois-ci, pour plus d’authenticité historique...)

C O R O L L A I R E III.

La quantité de mouvement, qui résulte de la somme de tous les mouvemens vers le même côté, & de leurs différences vers des côtés opposés, ne change point par l'action des corps entr'eux.

L'action & la réaction sont égales, suivant la troisième loi; donc par la seconde elles produisent dans les mouvemens des changemens égaux dans des directions opposées. Donc si les mouvemens se font du même côté; ce qui sera ajouté au mouvement du corps chassé, doit être ôté du mouvement de celui qui le suit, en sorte que la somme des mouvemens demeure la même qu'auparavant. Si les corps viennent de deux côtés opposés, il faudra retrancher également du mouvement de ces deux corps, & par conséquent la différence des mouvemens vers des côtés opposés demeurera toujours la même.

5. Les tables de la loi

5.1. L'apothéose

"Aucun mortel ne s'est approché aussi près des dieux"

Edmond Halley, *Préface des Principia*

Newton arrive donc là au bout de la première partie de son livre. Nous avons vu qu'il a déjà pratiquement tout dit, et que ses lois transparaissent déjà dans cette partie qu'il nomme "définitions". Il y déroule un raisonnement logique qui l'amène... à quoi donc ? À rien de moins que **les lois de l'Univers**, "les lois que Dieu a choisies lorsqu'il a construit le monde" (Jean-Pierre Serre). Il a découvert "la pensée de Dieu", pour paraphraser Stephen Hawking. Il termine donc cette partie par l'énoncé des **trois lois du mouvement**, celles que tout étudiant en sciences se doit de connaître. Les voici donc, telles qu'elles apparaissent dans les *Principia* :

P R E M I E R E L O I .

Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve , à moins que quelque force n'agisse sur lui , & ne le contraigne à changer d'état.

I I . L O I .

Les changemens qui arrivent dans le mouvement sont proportionnels à la force motrice , & se font dans la ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée.

I I I . L O I .

L'action est toujours égale & opposée à la réaction ; c'est-à-dire , que les actions de deux corps l'un sur l'autre sont toujours égales , & dans des directions contraires.

I. Les lois du mouvement

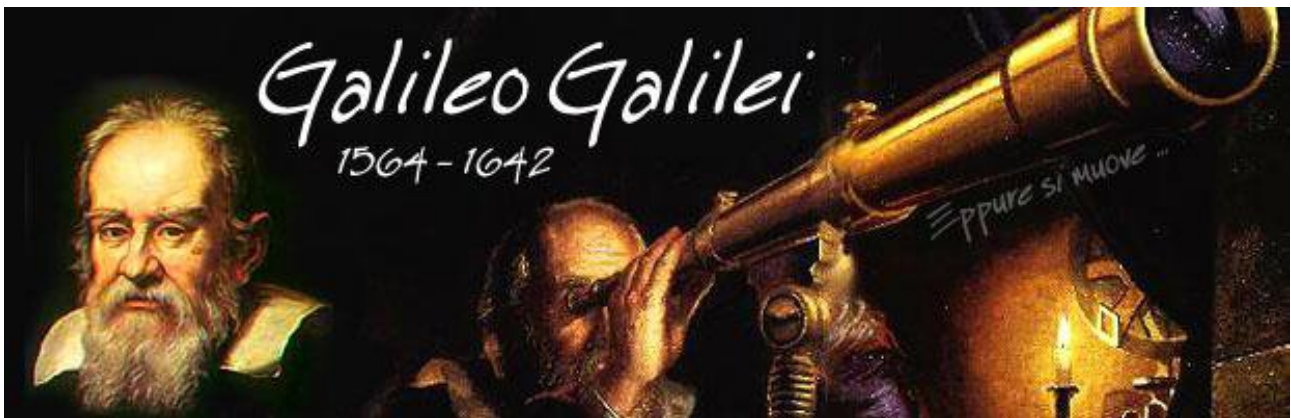
Mais Newton ne s'arrête pas là : une grosse partie de son travail à venir concerne **la chute des corps** et **la gravitation**.

Deuxième partie

La chute des corps

6. Les expériences de Galilée

6.1. Tout ce qui monte....



Florence, 1609. Dans une petite chambre, un homme s'affaire. Ce n'est pas un enfant, et pourtant il joue à un jeu étrange : il fait rouler des billes sur un plan incliné en faisant tinter des clochettes ! Cet homme, c'est **Galilée**. Il cherche **la loi de la chute des corps** : pour tenter de percer ce mystère, il observe une pierre qui tombe. Que remarque-t-il ? Dans sa chute, elle accélère. Oui, mais de quelle manière ? Pour répondre à cette question, il fait le raisonnement suivant :

*"Enfin, dans cette étude du mouvement naturellement accéléré, nous avons été conduits comme par la main en observant la règle que suit habituellement **la nature** dans toutes ses autres opérations où elle a coutume d'agir **en employant les moyens les plus ordinaires, les plus simples, les plus faciles**. Car il n'est personne, je pense, pour admettre qu'il soit possible de nager ou de voler d'une manière plus simple ou plus facile que celle dont les poissons et les oiseaux se servent instinctivement.*

*Quand donc j'observe qu'une pierre tombant d'une certaine hauteur à partir du repos **acquiert successivement de nouvelles augmentations de vitesse**, pourquoi ne croirais-je pas que ces additions ont lieu selon **la proportion la plus simple et la plus évidente** ? [...] ce qui sera le cas si nous nous représentons un mouvement où **en des temps égaux quelconques se produisent des additions égales de vitesse**."*

Galileo Galilei, *Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles*

Voilà donc la conviction de Galilée : la chute des corps se fait selon **un mouvement uniformément accéléré**. C'est-à-dire que la vitesse augmente de manière proportionnelle au temps. Et ça, nous savons le modéliser depuis nos plus jeunes années : par une fonction linéaire, de

II. La chute des corps

la forme $f(x) = ax$. Dans notre cas, c'est la vitesse qui augmente linéairement en fonction du temps, on aura donc : $v(t) = at$, avec a qui représente l'accélération (constante).

Il va alors démontrer que cette loi de vitesse conduit à une distance de chute qui est **proportionnelle au carré du temps**, chose que l'on connaît aujourd'hui (La formule actuelle est $d(t) = \frac{1}{2}at^2$).

Certains d'entre vous le savent sûrement, cela se démontre aujourd'hui grâce à l'utilisation du calcul intégral. Mais ce calcul n'est pas connu à l'époque, puisqu'il sera inventé un peu plus tard par **Newton**... À la place de cela, Galilée utilise une démonstration géométrique, seule discipline connue à l'époque pour l'analyse des courbes comme les trajectoires. Cette démonstration nous paraîtrait aujourd'hui très lourde, je l'ai néanmoins mise en annexe pour les plus courageux d'entre vous.

6.2. ... doit redescendre

Reste à savoir si son intuition était juste. Pour cela, il cherche à savoir quelle distance un objet en chute libre parcourt pendant un temps donné. Pour cela, il fait rouler des billes sur un support incliné sur lequel il a disposé des petites clochettes, que la bille fera sonner en passant.

Pourquoi un tel dispositif? Eh bien, Galilée ne dispose pas à son époque d'horloge assez précise. Il se sert donc du chronomètre le plus précis de son temps : **l'oreille humaine**. En effet, lorsque vous entendez un tintement répétitif, vous arrivez facilement à faire la différence entre un son régulier ("*TiiiiingTiiiiingTiiiiing*") et un son irrégulier ("*TiiiiingTiiiiingTiiingTiiing*"). Galilée dispose donc des sonnettes à intervalles variables le long du parcours de la bille, jusqu'à obtenir un tintement régulier.

Et voici ce qu'il obtient :

II. La chute des corps



Le tintement est régulier lorsque les clochettes sont placées à des intervalles de 1, 3, 5, 7, ...

La bille met donc le même temps pour parcourir la première unité de distance que les trois unités suivantes, puis elle parcourt les cinq unités suivantes pendant la même durée. La chute des corps semble suivre une étrange "loi des nombres impairs" (1, 3, 5, 7 ...).

Les espaces parcourus en des temps égaux par un mobile partant du repos ont entre eux même rapport que les nombres impairs successifs à partir de l'unité.

Galileo Galilei, *Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles*

Mais si on considère la distance parcourue en fonction du temps :

- en une unité de temps, la bille parcourt 1 unité de distance.
- en deux unités de temps, la bille parcourt $1 + 3 = 4$ unités de distance.
- en trois unités de temps, elle parcourt $1 + 3 + 5 = 9$ unités de distance.

Que remarquez-vous ?

i

La distance est proportionnelle au carré du temps.

Et c'est bien là la loi à laquelle Galilée est parvenue, et qui a été confirmée depuis.

II. La chute des corps

Ce que Newton va faire, c'est montrer que cette chute des corps s'applique à l'Univers entier : ce sera la naissance de la **théorie de la gravitation universelle**.

7. De la pomme à la Lune

7.1. De la pomme...

” Il fallait être Newton pour voir que la Lune tombe alors que tout le monde voit bien qu’elle ne tombe pas ! ”

Paul Valéry, poète français (1871-1945)

Rappelons-nous qu’avec Galilée, le mouvement inertiel était un mouvement **circulaire**, ce qui lui permettait d’expliquer le mouvement éternel des astres. La deuxième loi de Newton change la donne. Pour pouvoir ainsi se mouvoir en cercle, les astres sont forcément soumis à une **force**.

Quelle est donc cette force ? Nous savons depuis Newton qu’il s’agit de **la force de gravité**, la même que celle qui nous retient au sol. C’est cette universalité de la force de gravitation qui a été découverte par Newton. **La légende de la pomme**, à l’origine de cette découverte, est d’ailleurs connue de tous. C’est lors de sa retraite forcée de 1665 que cet événement serait survenu, comme l’explique son ami et biographe William Stuckley :

”Après souper, le temps clément nous incita à prendre le thé au jardin, à l’ombre de quelques pommiers. Entre autres sujets de conversation, il me dit qu’il se trouvait dans une situation analogue lorsque lui était venue l’idée de la gravitation. Celle-ci avait été suggérée par la chute d’une pomme un jour que, d’une humeur contemplative, il était assis dans son jardin.”

William Stukeley, *Memoirs of sir Isaac Newton’s Life*, 1752

7.2. ... au pendule...

Pourtant, les Principia commencent par une phrase étonnante. Lorsque Newton définit le concept de force, il parle de force centripète en ces termes :

Définition V

La force centripète est celle qui fait tendre les corps vers quelque point, comme vers un centre, soit qu’ils soient tirés ou poussés vers ce point, ou qu’ils y tendent d’une façon quelconque. La **gravité** qui fait tendre tous les corps vers le centre de la terre ; la **force magnétique** qui fait tendre le fer vers l’aimant ; et **la force, quelle qu’elle soit, qui retire à tout moment les planètes du mouvement rectiligne**, et qui les fait circuler dans des courbes, sont des forces de ce genre.

II. La chute des corps



Un lecteur moderne a de quoi être dérouté par cette phrase : Newton différencie la gravité, qui attire la pomme vers le centre de la Terre, et une force indéterminée qui garde la Lune en orbite !

Qu'on ne s'y trompe pas, Newton sait déjà que ces deux forces sont les mêmes. Mais il sait que son lecteur n'est pas prêt à recevoir une telle vérité.

La physique de l'époque est dominée par **Aristote** (encore lui), qui implique une séparation stricte entre le monde **sublunaire**, changeant, soumis au vieillissement, et le monde **céleste**, éternel et immuable, où les mouvements s'effectuent sur des sphères parfaites, éternelles.

Newton va mettre fin à cette distinction. Il décrit tout d'abord la gravité, qui agit sur les objets terrestres. Pour cela, rappelons-nous du chapitre sur les forces, où il différencie **force motrice**, responsable du changement de quantité de mouvement, et **force accélératrice**, responsable du changement de vitesse.

Quelle relation y-a-t-il entre les deux ? Connaissant la définition de la quantité de mouvement ($p = mv$), vous devriez deviner la réponse...

Principia, Définition VIII

La force accélératrice est donc à la force motrice, ce que la vitesse est au mouvement ; car de même que la quantité de mouvement est le produit de la masse par la vitesse, la quantité de la force motrice est le produit de la force accélératrice par la masse.

On retombe bien sur la deuxième loi de Newton : $F = ma$.

Or il remarque, "par des expériences très exactes sur les pendules", que l'accélération des corps sous l'action de la gravité est la même pour tous et ne dépend pas de la masse.



Utiliser des pendules lui permet de réaliser des expériences à petite vitesse et sur une période de temps assez longue, conditions impossibles à obtenir avec des expériences de chute libre.

La force accélératrice est donc indépendante de la masse, il en déduit que "la gravité motrice ou le poids des corps" en dépend, de manière proportionnelle. Ce que l'on apprend de nos jours par la formule : $P = mg$ avec

- P le poids,
- m la masse
- et g l'accélération de la gravitation.

et comme $F = ma$ on obtient : $a = g$, indépendamment de la masse. **Le mouvement d'un corps en chute libre ne dépend pas de sa masse.**

7.3. ... à la Lune

C'est d'ailleurs ce constat qui le mènera à sa conception de la **gravitation universelle** : les lois de Kepler (et notamment la troisième), décrivant les orbites des planètes, sont les mêmes quelle que soit la masse des planètes. Un indice supplémentaire pour faire de la gravité la force qui structure le système solaire...

Newton développera bien sûr d'autres démonstrations dans la partie des Principia consacrée à la mécanique céleste. Mais dès le début, il laisse quelques indices à ses lecteurs, pour leur faire admettre petit à petit cette idée. Ainsi en est-il dans cet extrait, que je vous cite tel quel, car sa clarté se passe de commentaires :

Principia, Définition V

Ainsi, si **un boulet de canon était tiré horizontalement du haut d'une montagne**, avec une vitesse capable de lui faire parcourir un espace de deux lieues avant de retomber sur terre ; avec une vitesse double, il n'y retomberait qu'après avoir parcouru quatre lieues, et avec une vitesse décuple, il irait dix fois plus loin (pourvu qu'on n'ait point d'égard à la résistance de l'air), et **en augmentant la vitesse de ce corps, on augmenterait à volonté le chemin qu'il parcourerait avant de retomber sur la terre, et on diminuerait la courbure de la ligne qu'il décrirait** ; en sorte qu'il pourrait ne retomber sur la terre qu'à la distance de 10, de 30 ou de 90 degrés ; ou qu'enfin **il pourrait circuler autour, sans y retomber jamais, et même s'en aller en ligne droite à l'infini dans le ciel.**

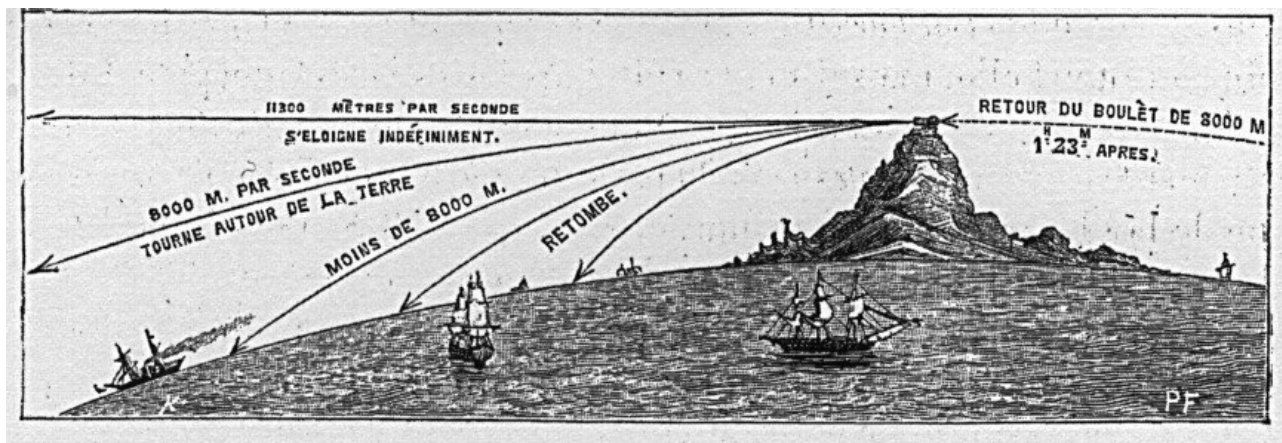
Or, par la même raison qu'un projectile pourrait tourner autour de la terre par la force de la gravité, **il se peut faire que la lune par la force de gravité, (supposé qu'elle gravite) ou par quelqu'autre force qui la porte vers la terre, soit détournée à tout moment de la ligne droite pour s'approcher de la terre, et qu'elle soit contrainte à circuler dans une courbe**, et sans une telle force, la lune ne pourrait être retenue dans son orbite. [...]

La quantité de cette force doit donc être donnée, et c'est aux mathématiciens à trouver la force centripète nécessaire pour faire circuler un corps dans une orbite donnée.



Newton prévient ainsi son lecteur : Préparez-vous à cette idée, **la Lune tombe, comme la pomme...**

II. La chute des corps



L'expérience du canon de Newton, dans Astronomie Populaire, Camille Flammarion (1890)

La troisième partie des *Principia* sera donc consacrée à la mécanique céleste. On y trouve la très célèbre **loi de la gravitation universelle**, qui dit que les planètes sont attirées par le Soleil par une force dont l'intensité est **inversement proportionnelle au carré de la distance**. Tout cela dans un langage géométrique, ce qui rend sa lecture aujourd'hui particulièrement difficile.

Trois cents ans plus tard, en **1963**, le physicien **Richard Feynman** entreprit, pour le plaisir, de redémontrer les lois de la mécanique céleste sans utiliser de mathématiques plus avancées que la géométrie connue à l'époque de Newton. Mais il avouera qu'à partir d'un certain point, il **ne comprit plus l'argumentation de Newton** et "mitonna" donc sa propre démonstration de la loi des ellipses.¹

1. Richard Feynman, Le mouvement des planètes autour du Soleil

Troisième partie
Au delà des lois

8. Une histoire de référentiel

8.1. Ne bougez plus!

Il y a une chose qui n'apparaît pas dans les lois de Newton, et qui pourtant apparaît dans leur énoncé actuel : c'est la notion de **référentiel galiléen**. Qu'est-ce donc ? Pour le comprendre, faisons une expérience toute simple :



Ne bougez plus!

Ca y est ? Vous êtes immobiles ? OK...

En êtes-vous si sûrs ? Si je vous disais que vous êtes actuellement en train de vous déplacer à 30 km/s, vous me croyez ?



Et pourtant, c'est vrai. **Par rapport au sol**, vous êtes immobiles, mais **par rapport au centre de la Terre**, vous tournez en rond, et **par rapport au soleil**, vous avez un mouvement composé d'un mouvement circulaire autour du centre de la Terre et d'un mouvement circulaire autour du Soleil. Bien loin de l'immobilité.... De même, si vous êtes en voiture, vous avancez à une certaine vitesse **par rapport à la route**, mais vous voyez les arbres reculer **par rapport à vous**.

Bref, tout cela pour vous dire qu'un mouvement doit être défini **par rapport à quelque chose**. Ce *quelque chose*, c'est ce qu'on appelle **un référentiel** : cela peut être le sol ou le mur du laboratoire (on parle alors de référentiel terrestre), le centre de la terre (référentiel géocentrique), le Soleil (référentiel héliocentrique), ...

8.2. Galiléen or not galiléen ?

?

Mais alors, existe-t-il des référentiels meilleurs que d'autres pour étudier un problème mécanique ?

Pour répondre à cette question, imaginez-vous à l'intérieur d'un métro en marche, en ligne droite et à vitesse constante (on parle de **mouvement rectiligne uniforme**). Vous pouvez vous déplacer dans la rame le plus naturellement du monde, et vous pourriez même jongler avec des balles, sans avoir à tenir compte de la vitesse du métro.

Bref, tout se passe exactement comme si le métro était à l'arrêt.

Mais tout ceci n'est plus vrai si le métro se met à accélérer, ou à suivre une trajectoire courbe. Vous seriez déstabilisé et vos balles iraient frapper la tête d'un pauvre voyageur...

Tout cela, Galilée l'avait déjà remarqué. Dans cet extrait assez connu, il présente une expérience de pensée permettant de mettre en évidence cette observation :

" Enfermez-vous avec un ami dans la cabine principale à l'intérieur d'un grand bateau et prenez avec vous des mouches, des papillons, et d'autres petits animaux volants. Prenez une grande cuve d'eau avec un poisson dedans, suspendez une bouteille qui se vide goutte à goutte dans un grand récipient en dessous d'elle.

***Avec le bateau à l'arrêt**, observez soigneusement comment les petits animaux volent à des vitesses égales vers tous les côtés de la cabine. Le poisson nage indifféremment dans toutes les directions, les gouttes tombent dans le récipient en dessous, et si vous lancez quelque chose à votre ami, vous n'avez pas besoin de le lancer plus fort dans une direction que dans une autre, les distances étant égales, et si vous sautez à pieds joints, vous franchissez des distances égales dans toutes les directions.*

*Lorsque vous aurez observé toutes ces choses soigneusement (bien qu'il n'y ait aucun doute que lorsque le bateau est à l'arrêt, les choses doivent se passer ainsi), **faites avancer le bateau à l'allure qui vous plaira, pour autant que la vitesse soit uniforme [c'est-à-dire constante] et ne fluctue pas de part et d'autre. Vous ne verrez pas le moindre changement dans aucun des effets mentionnés et même aucun d'eux ne vous permettra de dire si le bateau est en mouvement ou à l'arrêt ...***"

Galilée, *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde*, 1632

i

Galilée observe qu'aucune expérience de mécanique (chute d'un corps, mouvement d'un pendule, ...) ne permet de distinguer si le navire est immobile ou s'il est en mouvement uniforme. **Les lois de la physique sont les mêmes dans les deux cas.**

C'est en son honneur que l'on nomme maintenant ces référentiels des **référentiels galiléens**. Ce sont des référentiels dans lesquels les lois de Newton peuvent s'appliquer. Ces référentiels sont soit immobiles, soit en mouvement rectiligne uniforme.

Mais si vous avez bien suivi jusqu'ici, une question devrait naturellement vous venir à l'esprit :



Ils sont immobiles ou en mouvement rectiligne uniforme par rapport à quoi ?

Hé oui, souvenez-vous qu'un mouvement est toujours défini *par rapport à quelque chose*, d'où la question. Mais la réponse va vous surprendre :



Un référentiel galiléen est un référentiel immobile ou en mouvement rectiligne uniforme par rapport à un autre référentiel galiléen

Cette réponse est totalement absurde, n'est-ce pas ? Elle illustre malheureusement un postulat physique incontournable : **il n'existe aucun référentiel absolu** sur lequel on peut s'appuyer et pour lequel on peut dire avec certitude qu'il est au repos absolu. Tous les mouvements sont relatifs.



Attention : nous ne parlons pas ici de la trop fameuse relativité d'Einstein. Le principe que nous avons énoncé ici s'appelle la **relativité galiléenne**.

Cette impossibilité de définir un mouvement absolu est un peu dure à admettre... D'ailleurs Newton ne l'admet pas. Dans sa théorie, il considère un espace (et un temps) absolus : "*Le temps absolu, vrai et mathématique, sans relation à rien d'extérieur, coule uniformément. L'espace absolu, sans relation aux choses externes, demeure toujours similaire et immobile.*"

On peut donc selon lui définir pour chaque objet un mouvement absolu par rapport à cet espace :

*"Ainsi, si la Terre était en repos, le corps qui est en repos relatif dans le vaisseau aurait **un mouvement vrai et absolu**, dont la vitesse serait égale à celle qui emporte le vaisseau à la surface de la Terre ; mais la terre se mouvant dans l'espace, le mouvement vrai et absolu de ce corps est composé du mouvement vrai de la terre dans l'espace immobile, et du mouvement relatif du vaisseau par rapport à la terre"*

Mais retenez que cette notion de mouvement absolu n'existe pas. Cette hypothèse de Newton sera critiquée au XIX^e siècle, notamment par **Ernst Mach** (1838-1916), et des résultats expérimentaux (**les expériences de Michelson-Morley**) viendront la remettre en cause. Tout ceci conduira **Lorentz**, **Poincaré** et **Einstein** sur la voie de la **théorie de la relativité**. Mais ceci est une autre histoire...

8.3. Force centrifuges et autres inventions



Pourquoi, dans un métro en marche, tout se passe comme si le métro était immobile ?

À cause de **l'inertie des objets** (la première loi de Newton). Souvenez-vous, lorsque le métro est en marche, il vous communique une certaine vitesse, et vous conservez cette vitesse puisque

III. Au delà des lois

aucune force ne vous en empêche. Ainsi, lorsque vous lancez une balle vers le haut, elle continue à suivre le métro, et retombera donc dans votre main, bien que vous ayez avancé de quelques dizaines de mètres.

Mais que se passe-t-il si le métro tourne vers la droite? Vous vous sentez déporté vers la paroi de gauche, vers l'extérieur du virage. En réalité, c'est toujours l'inertie qui est à l'œuvre ici : votre corps tend à conserver son mouvement rectiligne, alors que le métro va vers la droite. **Aucune force ne vous pousse vers la gauche.**

i

Et la force centrifuge ?

Ah oui, tout le monde en a entendu parler. Comme vous vous sentez déporté vers la gauche par rapport au métro, vous **imaginez** qu'une force vous y pousse. Inconsciemment, vous appliquez en fait la deuxième loi de Newton (un changement de mouvement implique l'existence d'une force).

x

Mais vous l'appliquez dans le métro en virage, qui N'EST PAS un référentiel galiléen ! **La loi de Newton ne peut donc pas s'y appliquer !**

La force centrifuge est en fait une **force fictive**, que l'on ajoute au bilan des forces pour compenser le fait que le référentiel que l'on utilise n'est pas galiléen.

Il en est de même pour la **force de Coriolis**, que l'on utilise lorsqu'on ne peut pas négliger la rotation de la Terre (qui ne peut plus donc être considérée comme galiléen)

Ces pseudo-forces, qui proviennent de l'inertie des corps, ont reçu le nom de **forces fictives** ou **forces d'inertie**.

Pour terminer sur ce sujet, je vous propose une vidéo du Palais de la Découverte sur le sujet des forces d'inertie :

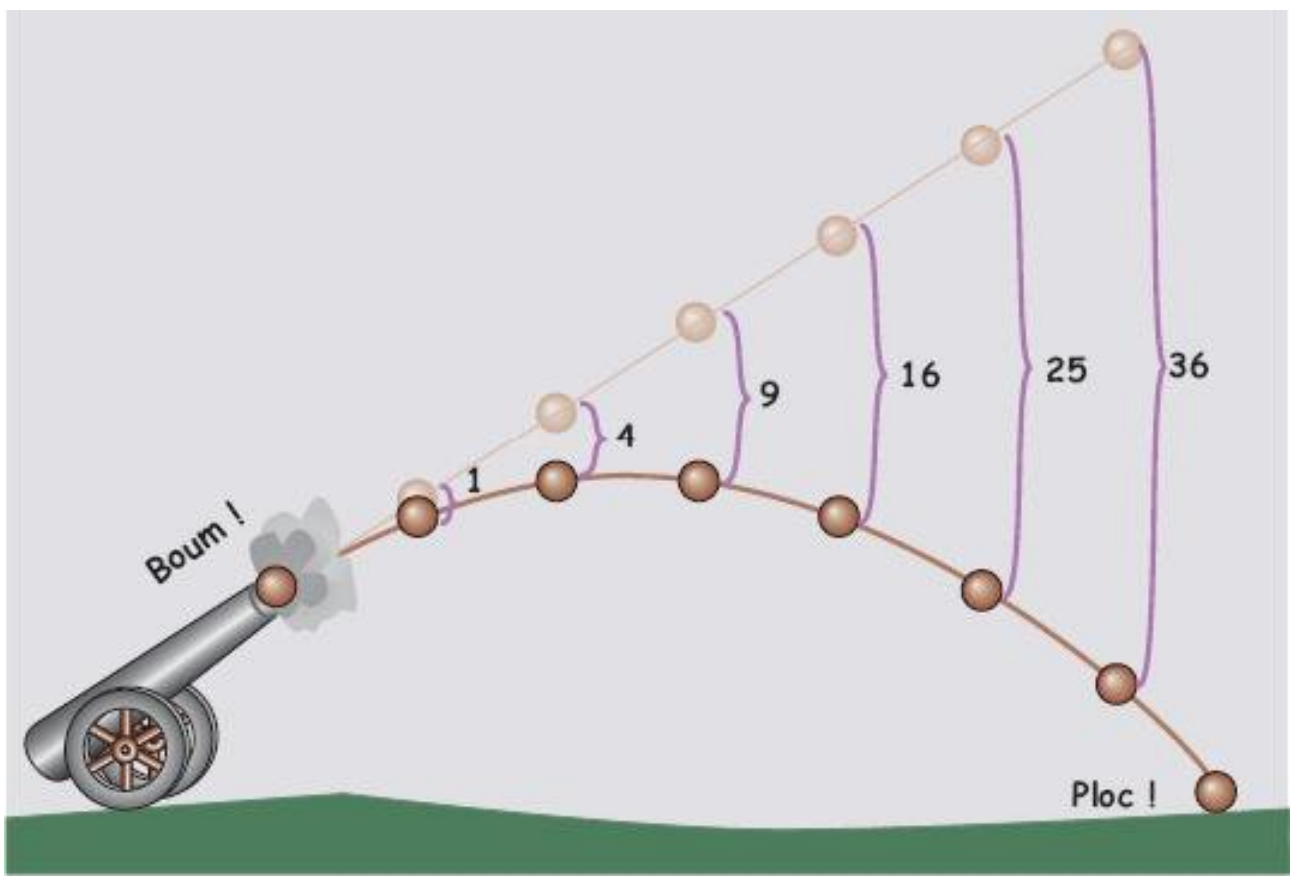
http://www.canal-u.tv/video/cerimes/forces_d_inertie.9173 ↗

9. Une histoire de résistance

9.1. L'art de la guerre

Une des principales applications de la mécanique à l'époque de Newton était militaire : il s'agissait de la **balistique**. La maîtrise de la trajectoire d'un boulet de canon pouvait décider de l'issue d'une bataille, voire d'une guerre...

Cette science est donc en effervescence à l'époque, comme en témoignent quelques ouvrages : *The Genuine Use and Effect of the Gunne* (Robert Anderson, 1674) ou *L'art de lancer des bombes* (François Blondel, 1683). Mais tous ces ouvrages se basent sur les travaux de Galilée : celui-ci avait montré qu'un mouvement balistique pouvait se décomposer en un **mouvement horizontal uniforme** (mouvement inertiel) et un **mouvement vertical uniformément accéléré**. Il avait démontré à partir de là que la trajectoire était **parabolique**.



Hélas, ces travaux étaient bien insuffisants. Tous se rendaient bien compte que la trajectoire réelle était perturbée par la résistance de l'air, mais personne n'avait encore réussi à la calculer. Newton va s'atteler à la tâche : sa troisième loi va permettre enfin de dompter cette résistance.

9.2. L'air fait de la résistance

D'où vient cette résistance, se demande Newton ? Elle provient des **chocs entre le projectile et l'air ambiant**. Or nous avons vu qu'en corollaire de sa loi de l'action et de la réaction apparaissait la loi de conservation de la quantité de mouvement. L'objet, en se déplaçant, va transmettre une partie de sa quantité de mouvement à l'air ambiant. Or d'après la loi de conservation, il doit perdre cette même quantité de mouvement. **La perte de vitesse est donc proportionnelle à la vitesse de l'objet.**

Mais ce n'est pas tout : la quantité de mouvement perdue est aussi proportionnelle à la **masse d'air qui a été déplacée**. Or, plus l'objet va vite, plus il rencontre d'air en un temps donné : s'il va deux fois plus vite, il transmet donc deux fois plus de vitesse à deux fois plus d'air...

Ainsi, la quantité de mouvement perdue est **deux fois proportionnelle à la vitesse**.

i

Elle est donc **proportionnelle au carré de la vitesse**.

Il en est donc de même pour la force motrice (qui est ici la résistance de l'air). Citons Newton une dernière fois, pour voir comment il nous le présente :

S C H O L I E.

Dans les milieux qui n'ont aucune tenacité les résistances des corps font en raison doublée des vitesses. Car dans un temps moindre, un corps qui aura une plus grande vitesse communiquera à la même quantité du milieu un mouvement plus grand, en raison de sa plus grande vitesse; donc en temps égal il lui communiquera un mouvement plus grand dans la raison doublée, à cause de la plus grande quantité des parties du milieu qui sont mués; & la résistance (Loix 2. & 3. du mouvement) est comme le mouvement communiqué: voyons donc quels mouvemens doivent suivre de cette loi de résistance.

Comme il l'annonce, il va donc s'atteler à la détermination du mouvement. Le développement mathématique de ce problème est malheureusement trop technique pour être présenté dans ce cours : Newton utilise un langage géométrique et ses démonstrations font appel à des résultats comme la quadrature de l'hyperbole par exemple. Sachez que ce problème se résout aujourd'hui par ce qu'on appelle une **équation différentielle** (la quadrature de l'hyperbole faisant appel à la notion d'**intégrale**). Et cette branche des mathématiques (**le calcul infinitésimal**), qui elle aussi va révolutionner la science, sera inventée entre autres par... Isaac Newton lui-même.

10. Une histoire d'énergie

On connaît tous la polémique ayant opposé Leibniz et Newton sur la priorité de l'invention du calcul intégral. Une autre querelle, moins connue, a également opposé Leibniz et les cartésiens sur la mécanique : c'est la "querelle des forces vives". Là où les cartésiens voyaient dans chaque objet une certaine quantité de mouvement mv , Leibniz proposait une autre interprétation : la quantité contenue dans chaque corps était égale à mv^2 . Voyons de quoi il en retourne...

10.1. Au travail !

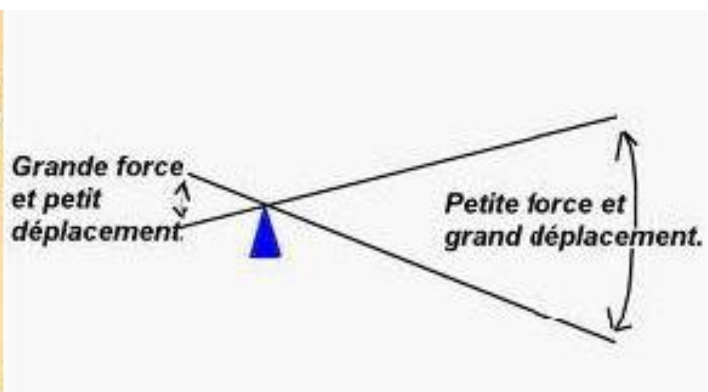
La mécanique s'était développée dans l'Antiquité et au Moyen-Age par l'étude des machines utilisées pour remplacer la force humaine. Il était donc important de connaître et quantifier le **travail** fourni par ces machines.

Par exemple, on s'aperçut que le poids soulevé grâce à un levier était, à force égale, bien plus important que celui soulevé par un homme seul. Or, pour qu'il y ait équilibre, il faut que de chaque côté du levier, il y ait "quelque chose" qui soit égal. Il fallait donc trouver ce qu'on appelle un **invariant**.

Jordanus de Nemore (XIII^e siècle) énonça une loi d'équilibre du levier : "*Une force motrice peut équilibrer une force résistante n fois plus grande. Mais lorsque le fardeau s'élève d'une certaine hauteur, la force motrice, n fois plus petite, déplace son point d'application d'une hauteur n fois plus grande*".

Si on cherche à exprimer cette loi générale à l'aide d'un invariant, on doit donc choisir pour celui-ci le produit de la force f par le déplacement x qui lui correspond. En effet, on a de chaque côté du levier :

$$f_1 \times x_1 = f_2 \times x_2$$



i

Ce produit de la force par la distance, c'est ce qu'on appelle aujourd'hui le **travail de la force**, que l'on note W .

!

Mais à l'époque, cette quantité fut appelée **énergie**. Bien que ces deux notions soient très liées, il ne faut pas les confondre (nous y reviendrons).

Si on convient que le déplacement est négatif s'il s'effectue en sens contraire de la force, on obtient :

$$f_1 \times x_1 + f_2 \times x_2 = 0$$

C'est ainsi que **Varignon** (1654-1722) énonce le **principe général de la statique** (étude de l'équilibre des forces) :

"En tout équilibre des forces quelconques, en quelques manières qu'elles soient appliquées, et suivant quelques directions qu'elles agissent, ou médiatement ou immédiatement, la somme des énergies affirmatives sera égale à la somme des énergies négatives prises affirmativement"

NB : Notez bien que ce qu'il appelle énergie, nous l'appelons aujourd'hui travail.

!

La formule donnée ci-dessus n'est en fait valable que si l'application de la force et le déplacement de l'objet s'effectuent dans le même sens ou le sens opposé. Dans le cas général, il faut aussi tenir compte de l'angle entre les deux. Il faut alors utiliser le **produit scalaire** à la place du produit simple entre ces deux grandeurs, considérées comme des **vecteurs**.

La notion de travail permet donc d'exprimer l'équilibre d'une machine (la statique) par un principe de conservation.

Ce que Leibniz va tenter de faire, c'est d'étendre ce principe à la dynamique.

10.2. Quelle énergie!

?

Lorsqu'une force agit sur un objet, que devient le travail fourni ?

Il est transmis à l'objet qui, en quelque sorte "l'accumule" en lui, sous forme **d'énergie**. Ainsi, si une force soulève un objet, celui-ci acquiert de **l'énergie potentielle** (liée à la hauteur), et si la force lui permet de se mouvoir, il acquiert de **l'énergie cinétique** (liée à la vitesse).

C'est **Leibniz** qui le premier a l'intuition de cette loi de la nature.



Il obtient tout d'abord la même définition du travail que ci-dessus grâce à la considération suivante :

*” Il faut autant de force pour élever un corps A d'une livre à la hauteur CD de quatre toises, que d'élever un corps B de quatre livres à la hauteur EF d'une toise. Tout cela est accordé par nos nouveaux philosophes. Il est donc manifeste que le corps A étant tombé de la hauteur CD a acquis **autant de force** précisément que le corps B tombé de la hauteur EF ;”*

Ce que Leibniz appelle ici force, c'est ce que nous appelons **énergie**. Leibniz parle en effet de “force vive” (*vis viva*) contenue dans un corps, qu'il peut transmettre à un autre objet lors d'un choc pour le mettre en mouvement.

” Et aucune partie de la force n'étant absorbée par la friction, par le milieu ou par les parties insensibles des corps, je jugeois qu'il falloit que tous ensemble fussent capables par leur impétuosité d'élever un même poids à une même hauteur, ou de bander des ressorts déterminés à certains degrés, ou de donner certaines vélocités à certains corps ”

Leibniz, *Lettre à Bayle* (1702)

Il constate alors que le corps A d'une livre, en tombant de quatre toises, pourrait, par un système de bascule, soulever le corps B (quatre livres) d'une hauteur d'une toise. Ces deux corps possèdent donc la même “force vive” [énergie]. Il cherche alors à savoir si les quantités de mouvement de ces deux corps sont égales. Or leurs vitesses sont différentes, si on applique la loi de la chute des corps de Galilée :

” Donc (par la seconde supposition) la force de ces deux corps est égale. Voyons maintenant si la quantité de mouvement est aussi la même de part et d'autre : mais c'est là où on sera surpris de trouver une différence grandissime. Car il a été démontré par

Galilée que la vitesse acquise par la chute CD est double de la vitesse acquise par la chute EF, quoique la hauteur soit quadruple.



En calculant leurs quantités de mouvements, il s'aperçoit alors qu'elles sont différentes !

Multiplions donc le corps A, qui est comme 1, par sa vitesse, qui est comme 2, le produit ou la quantité de mouvement sera comme 2; et de l'autre part multiplions le corps B, qui est comme 4, par sa vitesse qui est comme 1, le produit ou la quantité de mouvement sera comme 4; donc la quantité de mouvement du corps A au point D est la moitié de la quantité de mouvement du corps B au point F, et cependant leurs forces sont égales; donc il y a bien de la différence entre la quantité de mouvement et la force, ce qu'il fallait montrer."

Leibniz, *Discours de métaphysique* (1686)

S'il y a un invariant à rechercher, dit Leibniz, c'est bien la "force vive" et non la quantité de mouvement : "L'invariant recherché ne pouvait être que la quantité dont la variation était précisément égale au travail correspondant." Le principe de conservation du travail, en statique, devenait ainsi le **principe de conservation des forces vives** en dynamique.

"On voit par là comment la force doit être estimée par la quantité de l'effet qu'elle peut produire, par exemple par la hauteur à laquelle un corps pesant d'une certaine grandeur et espèce peut être élevé, ce qui est bien différent de la vitesse qu'on lui peut donner. Et pour lui donner le double de la vitesse, il faut plus que le double de la force.

Rien n'est plus simple que cette preuve; et M. Descartes n'est tombé ici dans l'erreur que parce qu'il se fait trop à ses pensées, lors même qu'elles n'étaient pas encore assez mûres. Mais je m'étonne que depuis ses sectateurs ne se sont pas aperçus de cette faute: et j'ai peur qu'ils ne commencent peu à peu d'imiter quelques péripatéticiens [ndla: les disciples d'Aristote], dont ils se moquent, et qu'ils ne s'accoutument comme eux de consulter plutôt les livres de leur maître que la raison et la nature."

Leibniz, *Discours de métaphysique* (1686)

10.3. Rien ne se perd

Leibniz part ici d'un principe fondamental en sciences : le **principe de causalité**. Il lui faut trouver un principe de conservation qui lie la cause (diminution de la hauteur) à l'effet (augmentation de la vitesse).

Or dans la chute libre, d'après les lois de Galilée (cf. Partie 2), la hauteur de chute est proportionnelle au carré du temps et la vitesse est proportionnelle au temps. Il faut donc considérer, selon Leibniz, que la quantité de force vive contenue dans le corps est non pas proportionnelle à la vitesse mais à son carré.



Cela vous rappelle-t-il quelque chose ?

III. Au delà des lois

Les plus avancés d'entre vous savent sûrement qu'il existe une quantité physique proportionnelle à la hauteur, et une autre quantité proportionnelle au carré de la vitesse. Ce sont respectivement **l'énergie potentielle** et **l'énergie cinétique** données par les formules :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_p = mgh$$

Ces deux formules sont présentées plus en détail dans l'annexe.

i

La somme de ces deux énergies est appelée **énergie mécanique** et c'est elle qui se conserve durant le mouvement (si on néglige les frottements) : une variation d'énergie potentielle est compensée par une variation équivalente d'énergie cinétique.

Cette loi constitue un des fondements de la physique. Bien que s'en rapprochant, Leibniz ne l'exprimera pas ainsi et il faudra attendre le XIX^{ème} siècle pour que l'énergie devienne un concept central de la physique, par l'intermédiaire de la thermodynamique. C'est **Hermann von Helmholtz** (1821-1894) qui énoncera le principe de conservation de l'énergie dans son mémoire "*Sur la conservation de la force*" en 1869 (Notez l'utilisation encore à l'époque du mot force à la place d'énergie)



10.4. Descartes avait-il tort ?

Leibniz est dur envers Descartes. L'article de 1686 dans lequel il publie sa démonstration s'intitule d'ailleurs *Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii et aliorum circa legem naturalem* (Brève démonstration d'une erreur remarquable de Descartes et d'autres à propos d'une loi naturelle).



Mais alors, qui a raison ?

Les deux mon capitaine... Les conservations de l'énergie et de la quantité de mouvement sont aujourd'hui deux des lois fondamentales de la physique. Avec le recul, nous voyons que c'est l'interprétation physique de ces deux grandeurs qui a opposé Leibniz et les cartésiens, comme on peut le lire dans le texte ci-dessous :

Exemple d'une maxime subalterne ou loi de la nature, où il est montré que Dieu conserve toujours la même force, mais non pas la même quantité de mouvement, contre les cartésiens et plusieurs autres.

*J'ai déjà souvent fait mention des maximes subalternes ou des lois de la nature, et il semble qu'il serait bon d'en donner un exemple : communément nos nouveaux philosophes se servent de cette règle fameuse que **Dieu conserve toujours la même quantité de mouvement dans le monde.***

En effet, elle est fort plausible, et du temps passé, je la tenais pour indubitable. Mais depuis j'ai reconnu en quoi consiste la faute.



C'est que M. Descartes et bien d'autres habiles mathématiciens ont cru que **la quantité de mouvement**, c'est-à-dire la vitesse multipliée par la grandeur du mobile, **convient entièrement à la force mouvante**, ou pour parler géométriquement, que les forces sont en raison composée des vitesses et des corps.

*Or il est bien raisonnable que **la même force se conserve toujours dans l'univers.** Aussi quand on prend garde aux phénomènes on voit bien que le mouvement perpétuel mécanique n'a point de lieu, parce qu'ainsi la force d'une machine, qui est toujours un peu diminuée par la friction et doit finir bientôt, se réparerait, et par conséquent s'augmenterait d'elle-même sans quelque impulsion nouvelle du dehors ; et on remarque aussi que la force d'un corps n'est diminuée qu'à mesure qu'il en donne à quelques corps contigus ou à ses propres parties en tant qu'elles ont un mouvement à part.*



Ainsi ils ont cru que ce qui peut se dire de la force se pourrait aussi dire de la quantité de mouvement. _

Leibniz, *Discours de métaphysique* (1686)

11. Conclusion

11.1. Conclusion

” NEWTON Qui genus humanum ingenio superavit ”
(Newton, dont le génie a surpassé le genre humain)
Socle de la statue de Newton au Trinity College

En ce **4 avril 1727**, la foule se presse à l'abbaye de Westminster (Londres). Parmi elle, on peut reconnaître **Edmond Halley** et **Voltaire**. Il faut dire que l'événement est de taille : l'homme qu'on y enterre, à côté des plus grands du Royaume, est connu à travers toute l'Europe, et les Lords anglais se bousculent pour avoir l'honneur de porter son cercueil. Voltaire dira que *”ses funérailles valent, par la pompe et les honneurs, celles d'un roi”*².

Cet homme, vous l'aurez compris, c'est **Isaac Newton**. Il laisse un héritage exceptionnel à l'humanité : **un monument scientifique**, une oeuvre insurpassable.

Mais, nous l'avons vu, cette oeuvre est très difficile à lire, car utilisant un outil (**la synthèse géométrique**) que peu de personnes en cette fin de XVIIème siècle arrivent à utiliser. Il est d'ailleurs admirable que Newton soit parvenu à ériger ce monument qu'est la mécanique classique à l'aide de *”cet outil si pesant”*, comme le note le savant anglais William Whewell en 1837 :

*”Depuis, cet outil si pesant qu'est la **synthèse**, si efficace dans les mains de Newton, n'est plus utilisé par personne à de telles fins ; et nous le regardons avec une **curiosité admirative**, telle une énorme arme de guerre qui gît abandonnée au milieu des vestiges antiques, et qui nous oblige à nous demander **quel genre d'homme était celui qui pouvait brandir une telle arme**, que nous pouvons à peine soulever.”*

Mais une autre **révolution** est en marche, en ce XVIIème siècle : celle des **mathématiques**, avec l'invention du **calcul différentiel et intégral**. Révolution à laquelle d'ailleurs le nom de Newton est aussi rattaché. La réunion de ces deux révolutions donnera **la mécanique analytique**, inventée par **Joseph-Louis Lagrange** (1736-1813), qui se vantera d'ailleurs *”qu'on ne trouvera point de figures géométriques dans son ouvrage”*.

On a déjà plusieurs Traités de Méchanique, mais le plan de celui-ci est entièrement neuf. Je me suis proposé de réduire la théorie de cette Science, et l'art de résoudre les problèmes qui s'y rapportent, à des formules générales, dont le simple développement donne toutes les équations nécessaires pour la solution de chaque problème. J'espère que la manière dont j'ai tâché de remplir cet objet ne laissera rien à désirer. [...]

*On ne trouvera point de **Figures** dans cet ouvrage. Les méthodes que j'y expose ne demandent ni constructions, ni raisonnements géométriques ou mécaniques,*

2. Peut-être agacé par tant d'admiration, le marquis de l'Hôpital a quant à lui eu cette phrase : *”Il mange, boit et dort ? Est-il donc comme les autres hommes ?”*

III. Au delà des lois

mais seulement des *opérations algébriques*, assujetties à *une marche régulière et uniforme*. Ceux qui aiment l'Analyse verront avec plaisir la Méchanique en devenir une nouvelle branche, et me sauront gré d'en avoir étendu ainsi le domaine.

Joseph-Louis Lagrange, *Méchanique Analitique*, 1788

En espérant pouvoir un jour vous raconter cette histoire...

En attendant,



Quatrième partie

Annexes

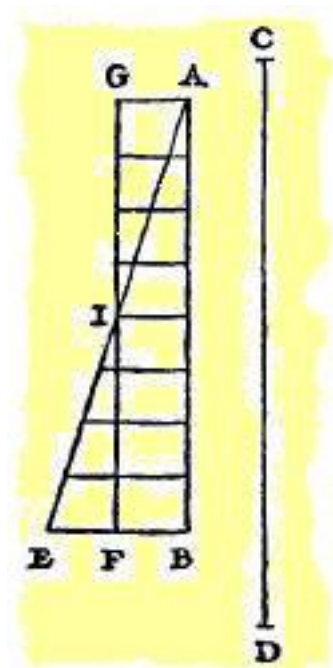
12. Annexe A : Les démonstrations de Galilée

Est reproduite ici la démonstration de Galilée concernant la chute des corps. Il y démontre **qu'un objet subissant une accélération constante parcourt une distance proportionnelle au carré du temps**. Employant un raisonnement géométrique, il utilise ce qu'on appelle la **méthode des indivisibles**, qui permet de calculer des aires en les divisant en surfaces infiniment petites. Vous reconnaîtrez sûrement là les prémisses du calcul intégral, utilisé aujourd'hui pour démontrer un tel résultat.

12.1. Théorème I - Proposition I

Théorème I - Proposition I

Le temps pendant lequel un espace donné est franchi par un mobile, partant du repos, avec un mouvement uniformément accéléré, est égal au temps pendant lequel le même espace serait franchi par le même mobile avec un mouvement uniforme, dont le degré de vitesse serait la moitié du plus grand et dernier degré de vitesse atteint au cours du précédent mouvement uniformément accéléré.



Représentons par la ligne **AB** le temps pendant lequel un mobile, partant du repos en **C**, franchira d'un mouvement uniformément accéléré l'espace **CD** ; on représentera le plus grand et dernier des degrés de la vitesse accrue dans les instants du temps **AB** par la ligne **EB**, formant avec **AB** un angle droit ; menons **AE** : toutes les lignes parallèles à **BE**, tirées des différents points de la ligne **AB**, représenteront les degrés de vitesse croissants après l'instant initial **A**.

Divisons **BE** en son milieu par le point **F**, et menons **FG** et **AG** respectivement parallèles à **AB** et **FB** ; on aura construit le rectangle **AGFB** égal au triangle **AEB**, et dont le côté **GF** coupe **AE** en son milieu **I** ; si ensuite les parallèles du triangle **AEB** sont prolongées jusqu'à **GI**, nous aurons l'agrégat de toutes les parallèles contenues dans le quadrilatère égal à l'agrégat des parallèles comprises dans le triangle **AEB** ; en effet celles qui se trouvent dans le triangle **IEF** correspondent à celles que contient le triangle **GIA**, et celles qui sont dans le trapèze **AIFB** sont communes.

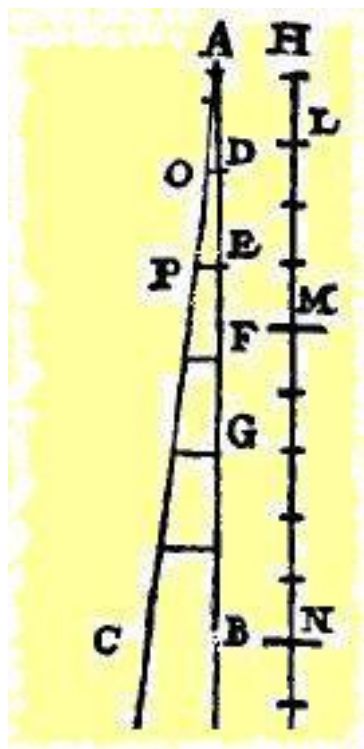
Comme d'autre part à tous les instants, pris un à un, de l'intervalle **AB** correspondent tous les points, pris un à un, de la ligne **AB**, et comme les parallèles menées à partir de ces points et comprises dans le triangle **AEB** représentent les degrés croissants de la vitesse grandissante, tandis que de leur côté les parallèles contenues dans le rectangle représentent autant de degrés de la vitesse non croissante, mais égale, il est clair qu'autant de moments de vitesse seront consumés dans le mouvement accélérés d'après les parallèles croissantes du triangle **AEB**, que dans le mouvement uniforme d'après les parallèles du rectangle **GB** ; en effet, ceux des moments qui font défaut dans la première moitié du mouvement accéléré (c'est-à-dire ceux qui sont représentés par les parallèles du triangle **AGI**) sont compensés par les moments que représentent les parallèles du triangle **IEF**.

Il est donc manifeste que des distances égales seront parcourues en un même temps par deux mobiles dont l'un, partant du repos, se meut d'un mouvement uniformément accéléré, et l'autre d'un mouvement uniforme que caractérise un moment de vitesse égal à la moitié du plus grand moment de vitesse atteint par le premier. **C.Q.F.D.**

12.2. Théorème II - Proposition II

Théorème II - Proposition II

Si un mobile, partant du repos, tombe avec un mouvement uniformément accéléré, les espaces parcourus en des temps quelconques par ce même mobile sont entre eux en raison double des temps, c'est-à-dire comme les carrés de ces mêmes temps.



Convenons de représenter par la ligne **AB** un flux de temps avec un premier instant **A**, et soient **AD** et **DE** deux intervalles quelconques pris dans ce temps ; soit la ligne **HI** le long de laquelle le mobile, partant du repos en **H**, descendra d'un mouvement uniformément accéléré ; soit encore **HL** l'espace franchi pendant le premier intervalle de temps **AD**, et **HM** l'espace franchi pendant l'intervalle **AE**. Je dis que le rapport de l'espace **HM** à l'espace **HL** est en raison double de celui que le temps **AE** a au temps **AD**, ou encore que les espaces **HM** et **HL** ont même rapport que les carrés de **AE** et **AD**.

Traçons la ligne **AC**, faisant avec **AB** un angle quelconque. Des points **D** et **E** menons les parallèles **DO** et **EP** : **DO** représentera le plus grand degré de la vitesse acquise à l'instant **D** de l'intervalle de temps **AD**, et **EP** le plus grand degré de la vitesse acquise à l'instant **E** de l'intervalle de temps **AE**.

Mais on a démontré plus haut (Th. 1), à propos des espaces parcourus, que sont égaux des espaces dont l'un est parcouru par un mobile se mouvant à partir du repos avec un mouvement uniformément accéléré, alors que l'autre, durant le même intervalle de temps, est parcouru par un mobile mû d'un mouvement uniforme dont la vitesse est la moitié de la plus grande vitesse acquise dans le mouvement accéléré.

Il en découle que les distances **HM** et **HL** sont identiques à celles qui seraient traversées dans les intervalles de temps **AE** et **AD**, par des mouvements uniformes dont les vitesses seraient comme la moitié de **EP** et **DO** respectivement. Si donc on parvient à montrer que les espaces **HM** et **HL** sont en raison double des temps **EA** et **DA**, la proposition sera établie.

Or il a été démontré, dans la proposition 4 du livre 1, que les espaces franchis par des mobiles animés d'un mouvement uniforme sont entre eux dans un rapport composé du rapport des vitesses et du rapport des temps. Dans le cas présent le rapport des vitesses est le même que le rapport des temps (en effet, le rapport de la moitié de **EP** à la moitié de **DO**, ou de **EP** à **DO**, est le même que le rapport de **AE** à **AD**), et donc le rapport des espaces traversés est bien égal au carré du rapport des temps. **C.Q.F.D.**

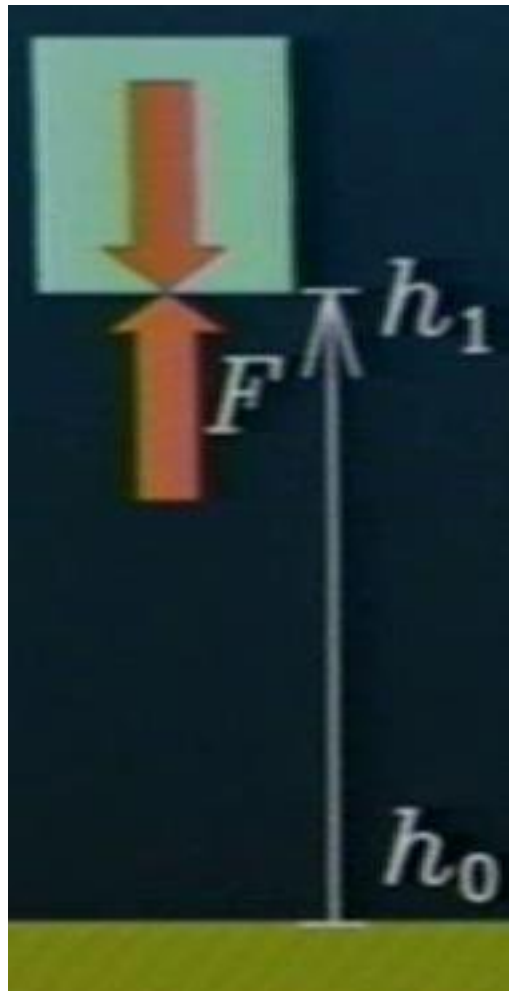
Galilée, *Discours et démonstrations concernant deux sciences nouvelles*

13. Annexe B : L'énergie

Nous allons ici redémontrer les formules de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique.

NB : la connaissance du calcul intégral est nécessaire pour comprendre cette partie.

13.1. L'énergie potentielle



Soit donc une force soulevant un corps d'une hauteur infinitésimale dx . Le travail effectué est égal à :

$$\delta W = F \cdot dx$$

IV. Annexes

Pour quantifier l'énergie totale accumulée par le corps lorsqu'il est soulevé à la hauteur h_1 , il nous faut intégrer cette expression :

$$W = \int_0^{h_1} F \cdot dx$$

Or la force s'opposant au poids, elle est égale à mg . On obtient donc :

$$W = \int_0^{h_1} mg \cdot dx$$

Si on note h la hauteur totale, on obtient alors :

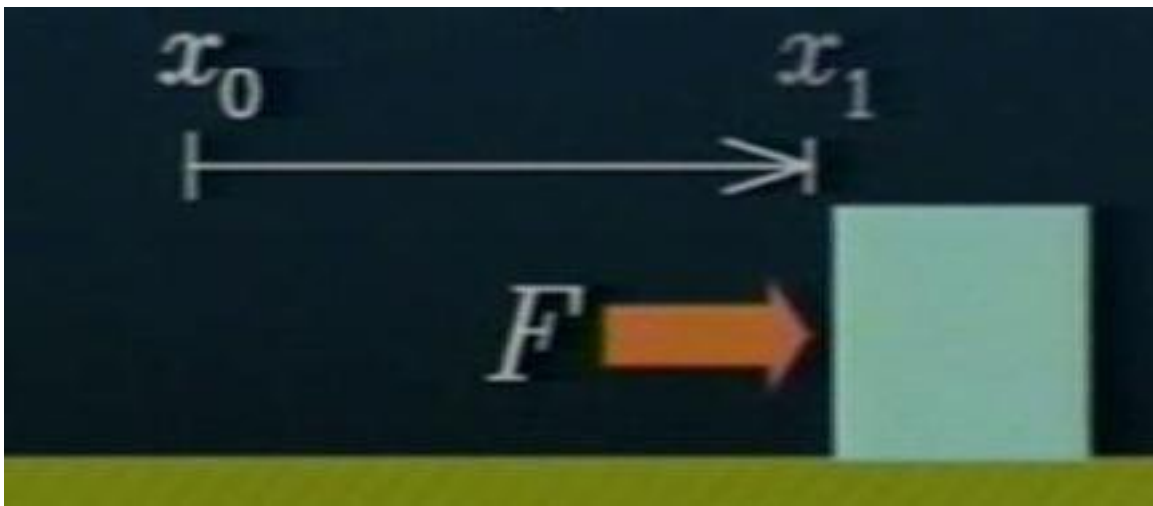
$$W = mgh$$

C'est ce qu'on appelle l'énergie potentielle, liée à la hauteur de l'objet.

Pourquoi énergie **potentielle** ? Parce que cette énergie peut être restituée, comme l'avait noté Leibniz dans ses expériences de pensée : lâché d'une certaine hauteur, ce corps pouvait, grâce à un système de bascule, soulever un autre corps de même masse à la même hauteur, ou un corps de masse double à une hauteur moitié moindre, etc...

Cette énergie est restituée sous forme de vitesse. Il existe donc **une forme d'énergie liée à la vitesse**, que nous appelons **énergie cinétique**. Cherchons son expression...

13.2. L'énergie cinétique



Calculons donc le travail d'une force dont l'effet est non plus de soulever un objet mais de l'accélérer. Sur une distance infinitésimale dx , son travail vaut :

$$\delta W = F \cdot dx$$

IV. Annexes

Si la force agit de 0 à x_1 , l'énergie accumulée vaut :

$$E_c = \int_0^{x_1} F \cdot dx$$

Or d'après la deuxième loi de Newton, on a :

$$F = ma$$

On obtient donc :

$$E_c = \int_0^{x_1} ma \cdot dx$$

Effectuons quelques manipulations sur cette expression :

$$E_c = \int_0^{x_1} m \frac{dv}{dt} \cdot dx$$

Or, $\frac{dx}{dt}$ est égale à la vitesse. La formule revient alors à intégrer mv entre 0 et v_1 , la vitesse atteinte en x_1 .

$$E_c = \int_0^{v_1} mv \cdot dv$$

Ce qui nous donne, pour un objet ayant atteint une vitesse v :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Nous avons donc trouvé là l'expression de l'énergie cinétique d'un objet possédant une vitesse v .

14. Annexe C : Pour aller plus loin...

J'espère que ce cours vous a donné envie d'aller plus loin dans l'histoire des sciences. J'ai listé ici les ressources qui m'ont servi lors de l'élaboration de ce cours.

Je recommande particulièrement la lecture du livre de **Galilée**, *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde*. On peut sans conteste lui donner le titre de **premier livre de vulgarisation scientifique de l'histoire**. Ecrit sous forme de dialogue entre un copernicien et un aristotélicien, il permet de s'immerger dans les débats scientifiques de l'époque, de comprendre la naissance de la science et même de comprendre ce qu'est la science...

Pour cela, je pense que ce livre devrait être donné à lire à tout lycéen. En littérature, on nous impose de connaître nos classiques, pourquoi pas en sciences ?

14.1. Bibliographie

La science du mouvement, de Galilée à Lagrange - Michel Blay

Illustré par de nombreux extraits commentés d'oeuvres historiques, ce livre permet de s'immerger dans la genèse de la mécanique et la naissance du calcul intégral.

Dialogue sur les deux grands systèmes du monde - Galilée

Ecrit sous forme de dialogue entre un copernicien et un aristotélicien, il permet de nous immerger dans les débats scientifiques de l'époque, et de comprendre la naissance et les fondements de la mécanique.

Newton, l'horloger du monde - Les Génies de la Science n°17 (Novembre 2003)

Cette collection est à conseiller à tous ceux qui s'intéressent à l'histoire des sciences.

Leibniz, penseur de l'universel - Les Génies de la Science n°28 (Octobre 2006)

Leibniz, du philosophe au scientifique

L'image du Monde, des Babyloniens à Newton - Arkan Simaan et Joëlle Fontaine

(suivi de **L'image du Monde, de Newton à Einstein - Arkan Simaan**)

Un très bon aperçu, accessible à tous et très agréable à lire, de la science à travers l'histoire

L'histoire de l'inertie - Robert Signore

(suivi de **L'histoire de la chute des corps - Robert Signore**)

Un historique de ces deux notions, d'Aristote à Einstein.

14.2. Webographie

[The mechanical universe and beyond](#)

Documentaire de 54 épisodes de Caltech University sur la physique et son histoire

La Physique, ou leçons sur les principes généraux de la nature - Aristote ([disponible sur Gallica](#))

Le site de la Bibliothèque Nationale de France (www.gallica.bnf.fr) propose une version numérisée de bons nombre de livres historiques.

Biographie d'Isaac Newton sur Wikipédia

Cette encyclopédie en ligne reste une référence. Pour aller plus loin, n'hésitez pas, pour chaque article, à aller voir les liens externes en bas de page, on y trouve souvent une mine d'informations.

Les Principia de Newton ([extraits \(PDF\)](#)) ou **oeuvre complète (télécharger)**)

Peut-être l'oeuvre la plus importante de l'histoire des sciences. Bien que les démonstrations mathématiques soient difficiles à lire, car écrites dans le langage géométrique de l'époque, la lecture de cette oeuvre est très instructive pour comprendre le cheminement logique qui a conduit à la science actuelle.